

## CHWARAE TEG? DEFNYDDIO MATHEMATEG I ENNILL GÊM MONOPOLY

Dr Andrew Davies

### Erthygl wyddonol fuddugol Eisteddfod Genedlaethol Môn 2017

#### Crynodeb

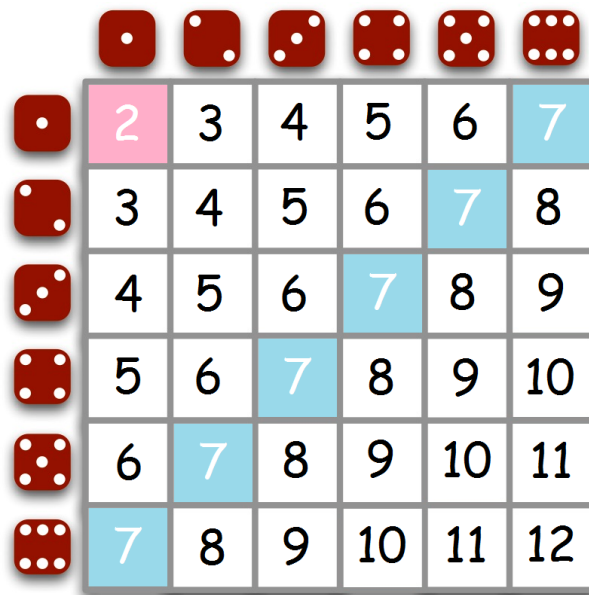
Crëwyd Monopoly ar ddechrau'r ugeinfed ganrif er mwyn esbonio canlyniadau Rheol Ricardio ar Rent Economaidd a chysyniadau braint economaidd a threth tir. Canolbwyntia'r erthygl ar argraffiad Ynys Môn ac eir ati i ddefnyddio un o brif nodweddion damcaniaethau gemau, sef tebygolrwyddau, er mwyn esbonio a yw'r gêm yn deg ai peidio. Mesurir tebygolrwydd debygoliaeth o lanio ar unrhyw sgwâr ar y gêm fwrdd gyda rhif (neu ganran) rhwng 0 (amhosibilrwydd) ac 1 (sicrwydd). Os bydd y gêm yn un deg, bydd tebygolrwydd tymor hir cyfartal i bob sgwâr. Ystyrir rheolau syml (gêm hollol deg) cyn ychwanegir rheolau mwy cymhleth i greu gêm annheg. I gloi, cyflwynir strategaethau ar sut i ennill y gêm.

Er mwyn dathlu dychweliad yr Eisteddfod Genedlaethol i Fôn, egluraf a ydyw argraffiad Ynys Môn Monopoly (**Ffigwr 1**) yn gêm deg ai peidio. Cyflwynaf hefyd strategaethau ar sut i ennill y gêm, yn seiliedig ar fathemateg.

Parcio am ddim	Goleudy Trwyn Du, Penmon M220	Siawns ?	Gorsaf Bad Achnub Bae Treaddur M220	Llu Awyr Brenhinol y Fali M240	Pont Britannia M200	Ysgol Uwchradd Caergybi M260	Stryd yr Eglwys, Llangefni M260	Y Fenai M150	Liys a Charchar Biwmares M280	Ewch i'r carchar
Tŵr Marcwis M200	<div style="border: 2px solid red; padding: 5px; display: inline-block; margin-bottom: 5px;"><b>MONOPOLY</b></div> <b>Argraffiad Ynys Môn</b>								Castell Biwmares M300	
Oriel Ynys Môn, Llangefni M180									Gwesty Bae Treaddur M300	
Cist Gymunedol									Cist Gymunedol	
Llyn, Llanddeusant M180									Porthaethwy M320	
Maes Awyr Môn M200									Pont Menai M200	
Canolfan Ucheldre M160									Siawns ?	
Sŵ Môr Môn M140									Goleudy Ynys Lawd M350	
Gorsaf Bŵer Wyfa M150									Arian i'r Banc (Talwch M100)	
Gwarchodfa Natur Leol Nant y Pandy M140									Plas Newydd M400	
Yn y carchar / Ymweld yn unig									Niwbwrch M120	Benllech M100

**Ffigwr 1:** Argraffiad Ynys Môn Monopoly (lansiwyd yn 2011 gyda chymorth Cyngor Sir Ynys Môn er mwyn dathlu bywoliaeth Dug a Duges Caergrawnt ar yr ynys). Mae gwahanol argraffiadau Cymreig a Chymraeg ar gael.

Mae'r chwaraewyr yn cychwyn ar **EWCH** a thafiant bâr o ddis bob yn ail. Mae cyfanswm y nifer o ddotiau ar y wynebau uchaf yn penderfynu sawl sgwâr y byddant yn symud eu tocynnau o gwmpas y bwrdd. Mae rhai tafliadau yn fwy tebygol na'i gilydd (**Ffigwr 2**). Mae pob chwaraewr yn fwy tebygol o lanio ar y seithfed sgwâr (**SIAWNS**) ar eu tro cyntaf gan mai saith ydi'r tafliad mwyaf tebygol. Os nad ydynt yn taflu saith, maent yn debygol o lanio ar y chweched neu'r wythfed sgwâr (lliw glas golau). Gallant brynu eiddo yn syth neu drwy arwerthiant (os ar gael); ei werthu (am bres) neu ei gyfnewid am unrhyw eiddo arall er mwyn creu monopolïau. Mae'r eiddo rhad â rhenti isel ar ddechrau'r bwrdd a'r eiddo drud â rhenti uchel tuag at y diwedd er mwyn lefelu'r gêm. A yw hyn yn digwydd mewn gwirionedd?



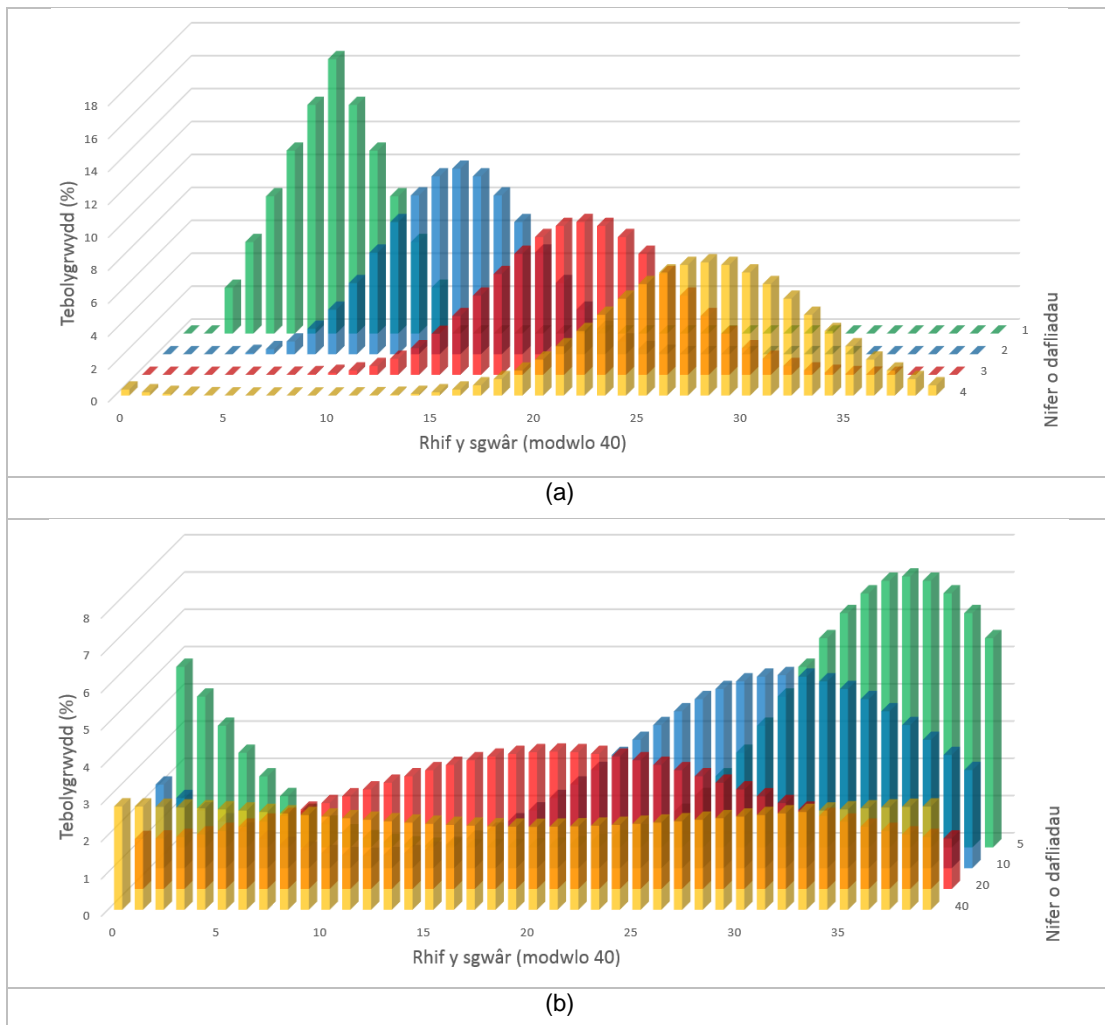
**Ffigwr 2:** Yr holl ganlyniadau wrth daflu pâr o ddis annibynnol a theg. Mae saith (lliw cefndir glas golau, tebygolrwydd o 6/36 neu 1/6) yn chwe gwaith mwy tebygol na dau (lliw cefndir pinc, tebygolrwydd o 1/36).

Rhifir y sgwariau o sero (**EWCH**) hyd at 39 (**PLAS NEWYDD**), gyda'r deugeinfed sgwâr yn amlapio ar sero.<sup>1</sup> Mae hyn yr un fath â rhifo mewn modwlo 40, lle y cyfrifir y gweddill ar ôl rhannu â deugain. Mae'n haws ystyried chwaraewr sengl sy'n taflu un dis nifer o weithiau ac yn symud ei docyn yn unol â hynny. Os yw'r gêm yn deg, byddai tebygolrwydd o lanio ar unrhyw sgwâr yn agosáu at 1/40 (2.5%); hynny yw, daw pob sgwâr yr un mor debygol.

Ar ddechrau'r gêm, mae **EWCH** â thebygolrwydd o un (bob tro) ac mae pob sgwâr arall â thebygolrwydd o sero (byth). Mae cyfanswm y tebygolrwyddau wastad yn un. Ar ôl tafliad sengl (rhith), rhennir y tebygolrwydd gwreiddiol i chwe rhan gyfartal (1/6) a dosbarthant i'r chwech sgwâr nesaf (gyda sero i bob sgwâr arall). Ar ôl yr ail dafliad, rhennir y tebygolrwydd gwreiddiol ar y sgwâr cyntaf i chwe rhan gyfartal (1/36) ac fe'u dosberthir i'r ail hyd at y seithfed sgwâr. Rhennir gweddill y tebygolrwyddau gwreiddiol ac fe'u lleolir ar yr ail hyd at y chweched sgwâr ac fe'u dosberthir i'r trydydd hyd at y deuddegfed sgwâr yn yr un ffordd wrth symud un sgwâr ymlaen bob tro. Cyfrifir cyfanswm y

tebygolrwyddau newydd i bob sgwâr. Effeithia'r ddau sgwâr blaenorol ar debygolrwydd y trydydd sgwâr (1/18), sy'n cydweddu â thafliad gyda phâr o ddis annibynnol a theg (**Ffigwr 2**).

Mae gweithrediadau hir, fel yr algorithm (rysâit) uchod, yn addas i gyfrifiadur eu datrys. I bob tafliad gyda phâr o ddis annibynnol a theg, mae'r graff yn symud dau sgwâr ymlaen, ond mae'r brig yn symud saith sgwâr ymlaen ar gyfartaledd (mae ganddynt bâr o ddis â saith o ddotiau arnynt ar gyfartaledd). Mae cromlin y dosbarthiad normal ym mhen hir a hwyr yn gwastatáu, gyda chanlyniad syml (o dan sawl tybiaeth) bod glanio ar un sgwâr yr un mor debygol â glanio ar unrhyw sgwâr arall (**Ffigwr 3**).



**Ffigwr 3:** Dosbarthiadau normal yn dangos effaith cychwynnol (a) a chyfnod hir (b) nifer o dafliaidau gan bâr o ddis annibynnol a theg a'r tebygolrwydd o lanio ar sgwâr Monopoly cyfatebol (modwlo 40). Ar ôl o leiaf deugain o dafliaidau mae tebygolrwydd pob sgwâr yn gwastatáu (tueddu tuag at 2.5%).

**Tabl 1:** Tebygolrwydd (%) o lanio ar unrhyw sgwâr yn gyson (addaswyd o gyfeiriad 3).

Rhif y sgwâr <sup>a</sup>	Eiddo / sgwâr	Tebygolrwydd (%) <sup>b</sup>
10	YN Y CARCHAR / YMWELD YN UNIG	5.90
24	LLU AWYR BRENHINOL Y FALI	3.19
0	EWCH	3.11
19	TŴR MARCWIS	3.07
25	PONT BRITANNIA	3.06
5	LLANFAIR PG <sup>c</sup>	2.99
15	MAES AWYR MÔN	2.92
18	ORIEL YNYS MÔN, LLANGFNI	2.92
20	PARCIO AM DDIM	2.87
21	GOLEUDY TRWYN DU, PENMON	2.83
28	Y FENAI	2.81
16	LLYNON, LLANDDEUSANT	2.78
23	GORSAF BAD ACHUB BAE TREARDDUR	2.74
11	GWARCHODFA NATUR LEOL NANT Y PANDY	2.74
26	YSGOL UWCHRADD CAERGYBI	2.71
31	CASTELL BIWMARES	2.69
27	STRYD YR EGLWYS, LLANGFNI	2.68
39	PLAS NEWYDD	2.65
32	GWESTY BAE TREARDDUR	2.63
12	GORSAF BŴER WYLFA	2.63
29	LLYS A CHARCHAR BIWMARES	2.59
17	CIST GYMUNEDOL	2.57
34	PORTHAETHWY	2.51
14	CANOLFAN UCHELDRE	2.47
35	PONT MENAI <sup>ch</sup>	2.45
13	SŴ MÔR MÔN	2.39
33	CIST GYMUNEDOL	2.38
4	TRETH INCWM	2.35
8	BENLECH	2.35
9	NIWBWRCH	2.33
6	RHOSNEIGR	2.29
37	GOLEUDY YNYS LAWD	2.20
38	ARIAN I'R BANC	2.19
3	PARC GWLEDIG MORGLAWDD CAERGYBI	2.19
1	MYNYDD PARYS	2.15
2	CIST GYMUNEDOL	1.89
22	SIAWNS	1.05
7	SIAWNS	0.88
36	SIAWNS	0.87
30	EWCH I'R CARCHAR	0.00

<sup>a</sup> Modwlo 40. <sup>b</sup> Trachywiredd o ddau le degol. <sup>c</sup> Defnyddia'r brwrdd enw llawn y pentref. <sup>ch</sup> Adnabyddir yn lleol fel Pont y Borth.

Caniateir aildafu os teflir dwbl. Os teflir tri dwbl yn olynol, anfonir y chwaraewr i'r carchar. Mae'r tafliad mwyaf tebygol yn parhau i fod yn saith, ond mae'n bosibl symud i fyny i 35 o sgwariau (wrth daflu 6,6; 6,6; 6,5). Mae tebygolrwyddau symud mwy na 29 sgwâr yn orfychan. Mae rheolau'r **CARCHAR** yn ddyrys oherwydd gall chwaraewyr brynu eu ffordd allan, defnyddio cerdyn **DOD O'R CARCHAR AM DDIM**, neu aros yn y carchar, naill ai i osgoi rhenti uchel neu obeithio taflu dyblau i ddianc. Dibynnant ar seicoleg ymddygiad y chwaraewyr. Gellir rhannu'r sgwâr **CARCHAR** i dri sgwâr (rhith) (**NEWYDD GYRRAEDD, AIL DRO, RHAID DIANC TRO NESAF**).<sup>2</sup> Mae gan y sgwâr **EWCH I'R CARCHAR** debygolrwydd o sero gan fod neb yn aros arno. Wrth gynnwys effaith cardiau **SIAWNS** a **CHIST GYMUNEDOL**, mae'n rhaid cyfrif cyfrannedd o'r cardiau a ddanfonodd chwaraewyr i'r carchar neu at unrhyw sgwâr arall. Crëir tebygolrwyddau gwell<sup>3</sup> (**Tabl 1**) gyda'r addasiadau uchod, ond tueddant i ddibynnu ar wahanol dechnegau/brasamcanion mathemategol neu gyfrifiadurol o awdur i awdur.

Yn ôl **Tabl 1**, mae chwaraewyr bron ddwywaith yn fwy tebygol o lanio yn y **CARCHAR** (5.9%) nag ar unrhyw sgwâr arall. Y sgwariau eiddo mwyaf tebygol i lanio arnynt yw **LLU AWYR BRENHINOL Y FALI** (3.2%) a **THŴR MARCWIS** (3.1%). O'r 'rheilffyrdd', **PONT BRITANNIA** yw'r mwyaf (3.1%), gyda **LLANFAIR PG** (3.0%) a **MAES AWYR MÔN** (2.9%) yn dilyn. Mae glanio ar **BONT MENAI** yn llawer llai tebygol (2.5%) oherwydd nad ydyw ar gerdyn **SIAWNS**. Ymhlith y 'gwasanaethau', mae'r **FENAI** (2.8%) yn well na **GORSAF BŴER WYLFA** (2.6%). Gellir dadansoddi'r farchnad eiddo er mwyn darganfod strategaethau i brynu tai a gwestai wrth ystyried y trothwy elw (incwm yn rhagori ar gostau).

Er mwyn ennill (heb dwyllo):

- Prynwch gymaint o eiddo cyn gynted â phosib a chrëwch fonopolïau (bod yn berchen ar bob eiddo o'r un lliw), yn enwedig os rhwystrwch chwaraewyr eraill i gronni monopolïau eu hunain.
- Gwerthuswch gyfnewidiadau yn fanwl a chewch wared â chwaraewyr tlawd cyn gynted â phosib.
- Prynwch gynifer o'r 'rheilffyrdd' i greu incwm cyson.
- Peidiwch â phrynu'r 'gwasanaethau'; buddsoddwch mewn tai neu eiddo eraill.
- Prynwch y grwpiau coch ac oren oherwydd eu bod yn agos at y carchar.
- Os oes gennych fonopolïau, morgeisiwch eich eiddo eraill a phrynwch dai.
- Peidiwch â phrynu gwestai – ar ôl tri thŷ, mae'r rhenti'n lefelu. Hefyd, mae'r tai yn gyfyngedig – gall prinder tai rwystro chwaraewyr eraill rhag datblygu eiddo drud.
- Mae'n fwy diogel aros yn y carchar na glanio ar eiddo gyda thai arnynt.
- Osgowch brynu goleudy **YNYS LAWD** (rhent uchel ond tebygolrwydd isel o lanio ar y sgwâr hwnnw), **MYNYDD PARYS** a **PARC GWLEDIG MORGLAWDD CAERGYBI** (punnoedd mewn rhent a thebygolrwydd isel o lanio arnynt)!

## **CYFEIRIADAU**

- 1) Ian Stewart, *Math Hysteria: Fun and Games with Mathematics*, OUP Press, 2014.
- 2) Ian Stewart, 'How Fair is Monopoly', *Scientific American*, 1996, 274, *Ebrill*, 104–105.
- 3) Ian Stewart, 'Monopoly Revisited', *Scientific American*, 1996, 275, *Hydref*, 116–119.